

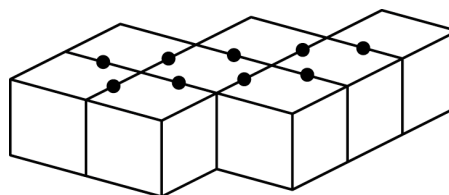
Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

TEST PRÉPARATOIRE LAGRANGE 2012 SOLUTIONS COMPLÈTES

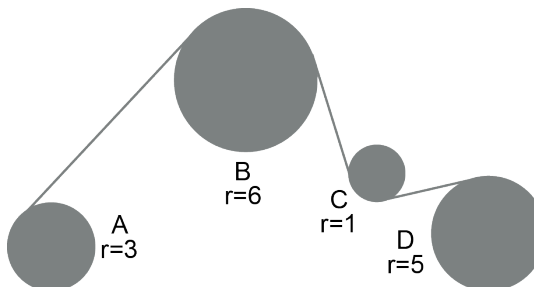
1. La valeur de $(7 + 3) - (-8 + 2)$ est $10 - (-6) = 16$.
2. $-5 \times 2 - (-5) = -10 + 5 = -5$
3. Le nombre entier le plus près de la valeur de $-3/4 \times 6/12 + 3/8$ est $-3/4 \times 1/2 + 3/8 = -3/8 + 3/8 = 0$.
4. Trente représente $(30/45 = 2/3)$ $2/3$ de 45.
5. La somme de tous les facteurs de 30 ($1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 + 15 + 30$) est 72.
6. Le résultat de $5/4$ de 20% de 0,2 est égal à $5/4 \times 1/5 \times 1/5 = 1/20 = 5\%$.
7. Le rapport de 0,08 à 0,2 est égal à $8/20 = 2/5$. Ce rapport est le même que celui de 10 à 25.

8. Chaque point du diagramme compte pour 2 faces couvertes de colle. En tout, il y a (9×2) 18 faces couvertes de colle. Le nombre de faces qui ne sont pas couvertes de colle est $(8 \times 6 = 48$ et $48 - 18) 30$.



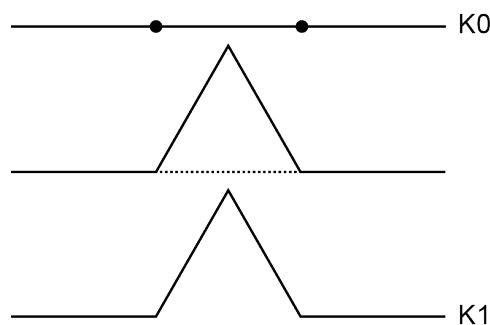
9. La valeur de N dans l'équation:
 $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 18 \times N \times 8 \times 21$ est 1.
10. Quand le ΔABC subit la translation $t: (-1, 6)$, les coordonnées de A $(-1, 5)$ deviennent $A'(-2, 11)$, celles de B $(4, -2)$ deviennent $B'(3, 4)$ et celles de C $(-6, -1)$ deviennent $C'(-7, 5)$.
11. Les mesures des angles aigus d'un triangle rectangle sont dans un rapport 2:3. Puisque la somme des deux angles aigus est 90° , nous savons que le plus petit est égal à $2/5$ de 90° et le plus grand, $3/5$ de 90° . Le plus petit vaut donc $(2/5 \times 90) 36^\circ$. Trois fois la valeur du plus petit est égale à $(3 \times 36) 108^\circ$.

12. Mathieu a fait $1/3$ de la distance en auto, puis $(3/4 \times 2/3) 1/2$ de la distance qui restait en autobus et $(6/6 - 5/6 (1/3 + 1/2)) 1/6$ de la distance totale à pied.
13. Si la roue B tourne à 20 révolutions par minute, la roue C tourne à $(20 \times 6) 120$ révolutions par minute et la roue D tourne à $(120 \div 5) 24$ révolutions par minute.

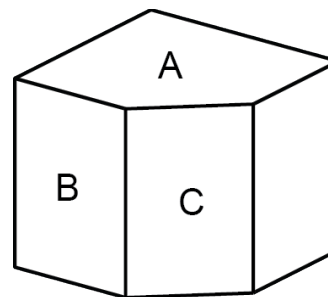


14. Il y a 4 nombres de 2 chiffres plus petits que 50 dont la somme des chiffres est égale à 5. Ces nombres sont 14, 23, 32 et 41. Parmi ces nombres, seuls 23 et 41 sont premiers.
15. La règle de cette suite est $-5 \times 5 + 5 \div 5 \dots$. Le prochain nombre de cette suite est $(3 \times 5) 15$.
16. La moyenne de $-1/3$ et $2/3$ est égale à $((-1/3 + 2/3) \div 2) 1/6$.
17. Il y a 4 nombres entiers positifs inférieurs à 125 ($1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$ et $4^3 = 64$) qui sont des nombres cubiques.
18. Si 30% de X est égal à 10% de Y, nous pouvons écrire que $0,3X = 0,1Y$. De cette équation, nous tirons que $Y = 3X$. Donc Y est égal à 300% de X.

19. Pour transformer K0 en K1, divisez le segment K0 en 3 segments égaux, puis construisez un triangle équilatéral dont la base est le segment médian. Enlevez la base du triangle construit à l'étape précédente et vous obtenez K1. Pour transformer K1 en K2, appliquez le même algorithme. Comme vous pouvez le constater, la longueur de K1 est $4/3$ fois plus longue que celle de K0. Celle de K2 sera $4/3$ fois plus longue que celle de K1. Chaque itération de l'algorithme produit une ligne fractale dont la longueur est $4/3$ fois plus longue que la précédente. Si K0 a une longueur de 1 unité, la longueur de K4 sera égale à $1 \times (4/3)^4$ soit $256/81$. Si le segment K0 est remplacé par un triangle équilatéral et que le même algorithme est appliqué aux trois côtés du triangle, nous obtenons le flocon de neige de Von Koch. Cette courbe fractale et celle de Peano (première courbe qui remplit complètement un espace à 2 dimensions) sont les premiers exemples de courbes fractales de l'histoire.



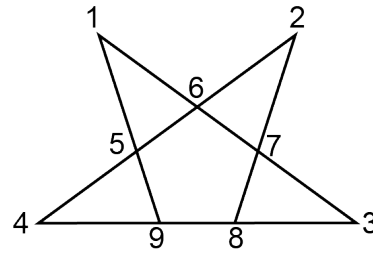
20. Puisque $A \times B = 21$, $B \times C = 35$ et $C \times D = 60$, nous pouvons écrire que $A \times B \times B \times C \times C \times D = 21 \times 35 \times 60$, donc que $A \times D \times \underline{B \times C} \times \underline{B \times C} = 44\ 100$. Cette équation devient $A \times D \times \underline{35} \times \underline{35} = 44\ 100$ et finalement $A \times D = 36$.



21. L'aire de ce solide est égale à 2 fois l'aire de la surface A, plus 2 fois l'aire de la surface B, plus l'aire de la surface C, plus l'aire des 2 faces du cube qui n'ont pas été touchées lorsque l'on a retranché le prisme triangulaire. L'aire de ce solide est $(2 \times \underline{34} + 2 \times \underline{24} + \underline{6 \times 2,83} + 2 \times \underline{36})$ environ 205 cm^2 .
22. Dans un tournoi de tennis, tout joueur qui perd une partie est automatiquement éliminé. S'il y a 32 joueurs qui y participent, le champion joue exactement 5 parties ($32 = 2^5$). S'il y a 20 joueurs dans le tournoi, il y aura, dans la première ronde, 10 parties de jouées pour éliminer 10 joueurs (un des 10 joueurs gagnants sera éventuellement le champion). Les 10 joueurs gagnants vont jouer 5 parties dans la 2^e ronde de jeu. Lors de la 3^e ronde de jeu, il y aura 5 joueurs dont le futur champion. Puisqu'il y a un nombre impair de joueurs à la 3^e ronde, le meilleur de ces 5 joueurs (tel que décidé par les juges) pourra sauter les rondes suivantes jusqu'à ce que le meilleur des 4 autres joueurs sera déterminé. Lors de la 3^e ronde de jeu, 2 parties seront jouées et 2 joueurs seront éliminés. À la 4^e ronde de jeu, 1 partie sera jouée pour déterminer qui jouera contre le joueur qui a sauté les rondes précédentes. À la 5^e ronde de jeu, le champion sera déterminé. Le nombre maximum de parties jouées par le champion sera 5, si et seulement si ce champion est l'un des joueurs qui a joué dans toutes les rondes. On peut calculer rapidement le maximum de parties jouées par le champion (si le nombre de joueurs n'est pas une puissance

exacte de 2) en trouvant la puissance de 2, la plus grande possible, mais dont la valeur est inférieure au nombre de joueurs dans le tournoi. Le nombre de parties jouées par le champion sera donné par l'exposant de cette puissance de 2 auquel on ajoutera 1. Dans ce tournoi, il y a 20 joueurs ($20 = 2^4 + 4$). Le nombre maximum de parties jouées par le champion est $(4 + 1) \cdot 5$.

23. Regardez la figure de droite dont les sommets ont été numérotés de 1 à 9. Chaque triangle est représenté par 3 nombres. Il y a 4 petits triangles (comme 1-5-6) et 3 autres triangles plus grands (comme 2-4-8), chacun formé de 2 petits triangles et du pentagone central.



24. Une lettre est tirée au hasard du nom "EULER". La probabilité de tirer une consonne est (2 chances favorables sur 5) $2/5$.

25. La valeur de $2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$ est la même que 4×2^{10} , soit $2^2 \times 2^{10} = 2^{12}$.

A B

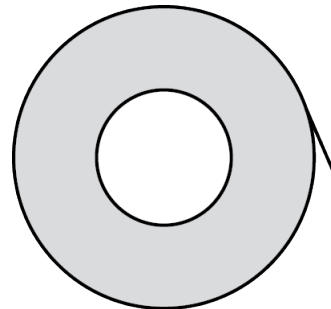
26. Chacune des 6 lettres différentes du diagramme représente un des chiffres suivants: 0, 1, 2, 3, 5 et 6. La lettre C ne peut évidemment valoir 0 ou 1. Elle ne peut être égale à 3. En effet, si $C = 3$, alors A ne peut valoir 0, 1 ou 2, car peu importe la valeur de B, le produit de $AB \times 3$ serait plus petit que 100. La lettre A ne peut valoir 3, car la lettre C vaut 3. La lettre A ne peut valoir 5. En effet si $A = 5$, la lettre B ne peut valoir 0

X C

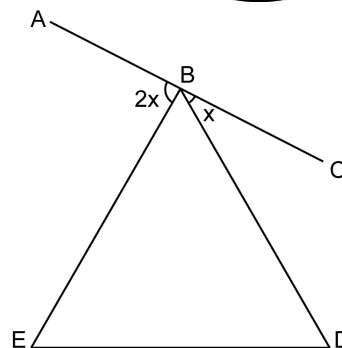
 F E D

ou 1 (dans ce cas B et D seraient égales), B ne peut valoir 2 (dans ce cas A et E seraient identiques), B ne peut valoir 3 ou 5, car $C = 3$ et $A = 5$, elle ne peut valoir 6, car dans ce cas D serait égal à 8. On peut démontrer de la même façon que la lettre A ne peut être égale à 6 si $C = 3$. La lettre C peut valoir 2 ($53 \times 2 = 106$), 5 ($32 \times 5 = 160$) et 6 ($35 \times 6 = 210$).

27. Nous savons que N et M sont des nombres entiers et que $-10 \leq N \leq 10$. Dans l'équation $N + 2M = 10$, N doit être pair, car le terme $2M$ est pair et la somme de N et $2M$ est égale à 10, un nombre qui est lui-même pair. Si $N = -10$, $M = 10$ si $N = -8$, $M = 9$... si $N = 0$, $M = 5$, ... si $N = 10$, $M = 0$. M peut prendre 11 valeurs différentes. Vous avez remarqué que quand N augmente de 2, M diminue de 1. Vous comprenez pourquoi?. Remarquez que le 2 est le coefficient de M et le 1 est le coefficient de N. C'est un point important à se rappeler lorsqu'on résout une équation diophantine.



28. Le nombre de mm de résinite est égal à $(60\,000 \text{ mm}^2 \div 0,2 \text{ mm})$ 300 000 mm. Le nombre de mètres de résinite (aire ombrée) qui a été enroulée autour du cylindre est $(300\,000 \div 1\,000)$ 300.



29. La valeur de l'angle ABE est $2x$. Puisque $2x + 60^\circ + x$ est égal à 180° , nous trouvons que $x = 40^\circ$ et $2x = 80^\circ$.

30. La base du triangle illustré est triplée, sa hauteur est doublée. L'aire du nouveau triangle est donc $(9 \times 4 \div 2)$ 18. L'aire du triangle initial est $(3 \times 2 \div 2)$ 3. L'aire du nouveau triangle est $(18 \div 3)$ 6 fois plus grande que celle du triangle initial.

