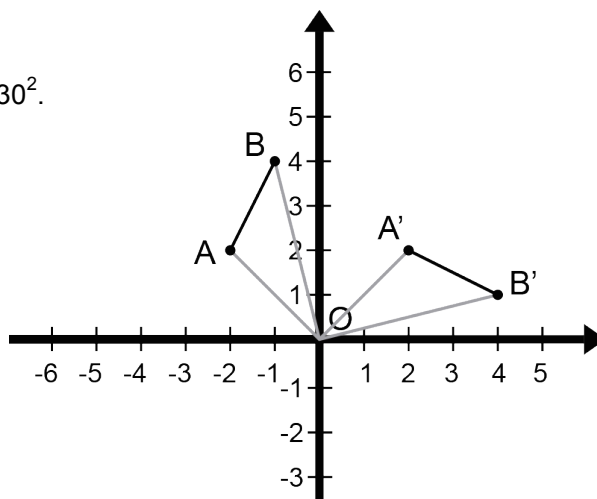
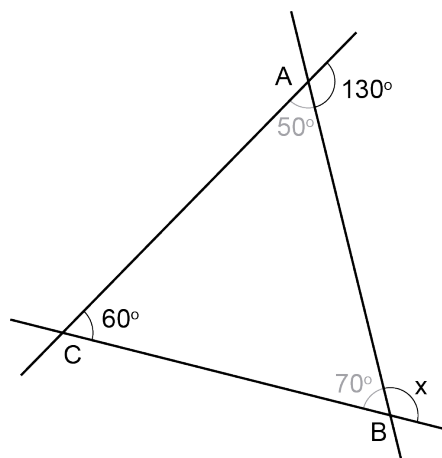


# Mathematica Centrum

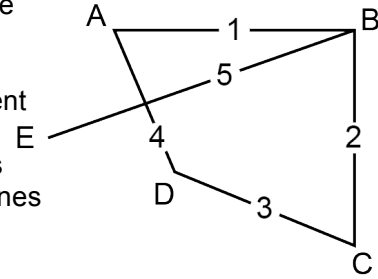
Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

## TEST PRÉPARATOIRE LAGRANGE 2013 SOLUTIONS COMPLÈTES

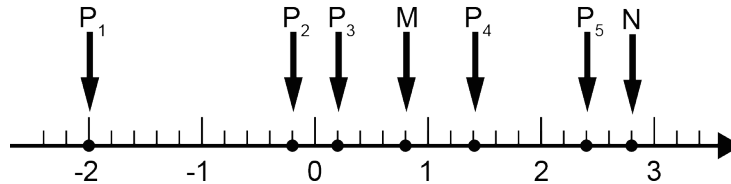
- La racine cubique du carré de 8 ( $8^2 = 64$ ) est égale à 4.
- La valeur de  $(-2 + 6) - (-6 + 2)$  est  $4 - (-4) = 8$ .
- $1/3 + 1/2 + 1/6 = 2/6 + 3/6 + 1/6 = 6/6 = 1$ .
- La valeur de  $x$  dans la figure ci-contre est  $(180^\circ - 70^\circ) 110^\circ$ .
- Le plus petit facteur premier de 105 ( $3 \times 5 \times 7$ ) est 3.
- Si  $n = \sqrt{256} \div \sqrt{81}$ , alors la valeur de  $n$  est  $16/9$  et celle de  $\sqrt{n}$  est  $4/3$ .
- Le résultat de  $3/5 \times 2/3 \times 5/4$  est  $1/2 = 0,5$ .
- 18% de 50 est égal à  $(0,18 \times 50)$  9. Cette valeur est égale à 9% de 100.
- Le nombre de minutes dans 60 ans ( $60 \times 365 \times 24 \times 60$ ) est le même que le nombre de secondes dans 1an ( $365 \times 24 \times 60 \times 60$ ).
- Le résultat de  $3^2 \times 5^2 + 3^2 \times 5^2 + 3^2 \times 5^2 + 3^2 \times 5^2$  est égal à  $4 \times 3^2 \times 5^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 30^2$ .
- Les coordonnées des images des points A et B du segment AB après qu'il ait subi une rotation de centre O de  $90^\circ$  dans le sens horaire sont  $A'(2, 2)$  et  $B'(4, 1)$ .
- Si l'âge de Mathilde est le tiers de celui de Mathusalem (qui a 36 ans de plus), nous concluons que  $36 \text{ ans} = 2/3$  de l'âge de Mathusalem. Puisque Mathilde a le tiers de celui de Mathusalem, elle doit donc avoir 18 ans.



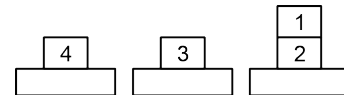
13. Les points A, B, C, D et E représentent cinq villes nord-américaines. D'après le diagramme, la route aérienne qui va de A à B est considérée la même que celle qui va de B à A. Il y a 4 lignes qui partent ou arrivent au point A (AB, AC, AD et AE). Il y en a 3 autres qui partent ou arrivent à B, 2 autres de C et finalement, 1 autre de D (celles qui partent ou arrivent en E sont déjà incluses dans les routes énumérées). En tout, il y a  $(4 + 3 + 2 + 1)10$  routes aériennes différentes que la compagnie peut offrir.



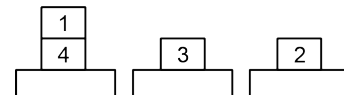
14. Un nombre naturel de 4 chiffres est multiplié par un nombre naturel de 2 chiffres. Le nombre minimum de chiffres que ce produit peut avoir est  $(1\ 000 \times 10)$  5. Le nombre maximum est  $(9\ 999 \times 99)$  6. Le produit pourrait avoir 6 chiffres.
15. Le seul nombre qui n'est pas premier est  $9 (3 \times 3)$ .
16. La moyenne de six nombres est 46. Le total de ces 6 nombres est  $(46 \times 6)$  276. Si deux de ces nombres sont 46 et 34, alors la somme des 4 autres est  $(276 - 80)$  196. La moyenne de ces 4 nombres est  $(196 \div 4)$  49.
17. Le point qui est 4 fois plus loin de M que de N est le point  $P_5$ . En effet, le point  $P_5$  est à une distance de  $2/10$  d'unité du point N et à une distance de  $8/10$  d'unité du point M.



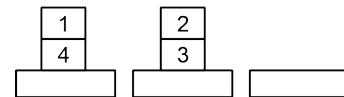
18. Le nombre qui est un multiple de 6, mais n'est pas un multiple de 5 est 186  $(2 \times 3 \times 31)$ .



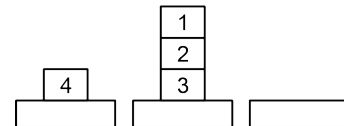
19. Chaque feuille de 11 cm x 17 cm peut donner 4 feuilles de 5 cm x 8 cm. Cent feuilles de 11 cm x 17 cm vont donner  $(4 \times 100)$  400 feuilles de 5 cm x 8 cm.



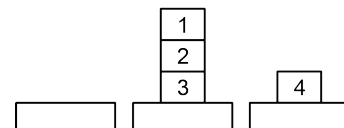
20. X n'est pas deuxième. Il pourrait être 1<sup>er</sup>, 3<sup>e</sup> ou 4<sup>e</sup>. Il ne peut être 4<sup>e</sup> car Y est juste derrière lui. W pourrait être 2<sup>e</sup> ou 3<sup>e</sup>. Si W est 3<sup>e</sup>, Z serait 2<sup>e</sup> (car il est juste devant), X serait 1<sup>er</sup> et Y et Z seraient tous les deux 2<sup>e</sup>. W doit être 2<sup>e</sup>, Z doit être 1<sup>er</sup>, X 3<sup>e</sup> et Y dernier.



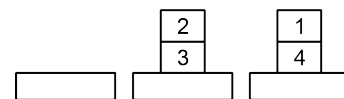
21. Pour construire une boîte de 9 cm de hauteur, il faut retrancher 1 petit carton carré de 9 cm de côté au 4 coins du carton rectangulaire. Carole a retranché une aire de  $(4 \times 81\text{ cm}^2)$  324 cm<sup>2</sup> pour construire cette boîte.



22. Il faut un minimum de 5 opérations pour empiler les rondelles tel que demandé.

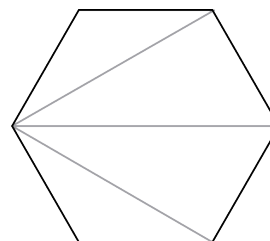


23. Il y a 4 nombres de la forme  $2^n + 1$  plus petits que 500 qui sont divisibles par 3 (3, 9, 33 et 129) et on les obtient quand n prend les valeurs 1, 3, 5 et 7.



24. Quand Mélissa accrochera son chapeau, elle aura le choix de 4 crochets. Andréa n'aura que 3 choix pour placer le sien. Elles pourront donc accrocher leurs chapeaux de  $(3 \times 4)$  12 façons différentes.
25. Ces nombres palindromes sont tous formés de 3 chiffres. Il y a 9 chiffres différents qui peuvent être placés à la position des centaines (ces nombre ne peuvent commencer par le chiffre 0); il y a 10 chiffres différents qui peuvent être placés à la position des dizaines. Nous n'avons pas le choix en ce qui concerne le chiffre des unités car il doit être le même que celui des centaines. Il y a en tout  $(9 \times 10)$  90 nombres palindromes différents entre 100 et 1 000.
26. Pour ce jeu de cartes (tour de magie), la somme des points est un multiple de 10. En effet,  $1 + 9 = 10$ ,  $2 + 8 = 10$ ,  $3 + 7 = 10$ ,  $4 + 6 = 10$  et comme la même valeur revient 4 fois, la somme totale de toutes les cartes de valeur de 1 à 9 est un multiple de 10 ( la somme des quatre "5" est aussi un multiple de 10). Toutes les autres cartes valent 10 points et la somme totale des 52 cartes est aussi un multiple de 10. Cette somme est 340. Puisque la somme des 44 premières cartes est un multiple de 10, la somme des 8 dernières doit l'être aussi. La somme des 7 dernières cartes étant  $(3 + 6 + 1 + 10 + 10 + 4 + 8)$  42, la valeur de la 52<sup>e</sup> carte qui a été servie était  $(50 - 42)$  8. En réalité, pour deviner la valeur de la dernière carte, Matusalem utilise l'arithmétique modulo 10. Comment? Supposons que la première carte servie est un 7 et la deuxième un 4. Au lieu de garder en tête la somme de 11, il garde en tête la valeur de 1 car il sait que  $11 \equiv 1 \pmod{10}$ . À chaque fois que la somme dépasse 10, il garde en tête seulement le reste de la division par 10 car il sait que la valeur de la dernière carte sera donnée par "10 moins la valeur qu'il aura en tête juste avant de recevoir la dernière carte". Évidemment, si la première carte servie est un 7 et la deuxième est un 2, il garde en tête la valeur de 9 car il n'a pas encore atteint le modulo qui est 10. N'oubliez pas que Matusalem utilise l'arithmétique modulo 10 seulement quand la valeur qu'il a en tête ajoutée à celle de la prochaine carte reçue dépasse une somme de 10 (en passant, si la somme est égale à 10, il garde en tête la valeur de 0 car  $0 \equiv 10 \pmod{10}$ ).
27. Il a pu voir un maximum de 7 opéras s'il a assisté à un opéra le premier jour de la période de 49 jours.
28. L'hexagone se divise en 4 triangles. La somme des angles de ces triangles est  $(4 \times 180^\circ)$  720°. La valeur d'un angle intérieur d'un hexagone régulier est  $(720^\circ \div 6)$  120°.

29. Si la base du triangle original est B et sa hauteur est H, nous savons que son aire est  $B \times H \div 2$ . Si la hauteur est augmentée de 20%, elle devient  $6H/5$ . Pour que l'aire demeure inchangée, il faudra que la nouvelle base soit  $5B/6$  ( $6H/5 \times 5B/6 = B \times H$ ). La base doit être diminuée de  $(B - 5B/6 = B/6)$  16 2/3%.



30. La circonférence de ce cercle est égale à  $(2 \times \pi \times 10)$   $20\pi$ .