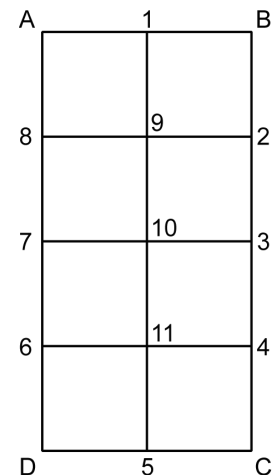


## TEST PRÉPARATOIRE EULER 2016 SOLUTIONS COMPLÈTES

1. Les facteurs premiers de 333 sont  $\{3, 3, 37\}$ . Le plus grand facteur premier de 333 est 37.
2. Deux de ces nombres, 1 et 64, sont des carrés et des cubes parfaits. En effet,  $64 = 8^2 = 4^3$  et  $1 = 1^2 = 1^3$ .

3. Pour ne pas oublier aucun rectangle, nous avons numéroté les sommets possibles de ces rectangles. Il y a 7 rectangles ayant une base de 2 unités. Ce sont A-B-2-8, A-B-4-6, A-B-C-D (le rectangle initial lui-même), 8-2-3-7, 8-2-C-D, 7-3-4-6 et 6-4-C-D. Il y a 12 rectangles ayant une base de 1 unité. Ce sont A-1-10-7, A-1-11-6, A-1-5-D, 8-9-11-6, 8-9-5-D, 7-10-5-D et leurs 6 rectangles symétriques 1-B-3-10, 1-B-4-11, 1-B-C-5, 9-2-4-11, 9-2-C-5 et 10-3-C-5. En tout, on peut compter 19 rectangles.

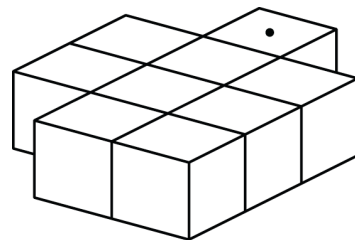


4. Vingt-sept ( $3 \times 3 \times 3$ ) cubes dont les arêtes mesurent 2 cm sont requis pour former un cube dont les arêtes mesurent 6 cm.
5. Le nombre Z, représentant la moyenne des quatre autres choix, doit satisfaire l'équation:  $Z \times 4 = \text{somme des 4 autres}$ . Ce nombre est -3, car  $-3 \times 4 = 4 + (-4) + (-17) + 5$ .

6. J'ai donné  $1/2 \times 1/3 \times 1/4 = 1/24$ .

7. La moyenne de tous les nombres naturels de 1 à 2 000 ( $1\ 000,5$ ) multiplié par 2 000 donnera la somme recherchée. Cette somme est égale à  $(1\ 000,5 \times 2\ 000) = 2\ 001\ 000$ .

8. Un seul bloc a seulement une face qui est couverte de colle, celui identifié par un point. Huit blocs ont au moins deux faces qui sont couvertes de colle.



9. Si la moitié de N est 12, N vaut 24 et  $4N$  vaut 96.

10. Si c est la longueur de chaque côté du carré, son aire est  $c^2$ . Si la longueur de chaque côté était réduite de 25%, chaque côté du nouveau carré aurait une longueur de  $3/4 c$ . L'aire du nouveau carré serait  $9/16 c^2$ . Donc l'aire du carré serait réduite de  $(c^2 - 9/16 c^2) / c^2 = 7/16$ . En pourcentage, l'aire serait réduite de  $(7/16) = 43,75\%$ .

11. Le PPCM (3, 7) est 21. Le PGCD (12, 18) est 6.  
Le produit de 21 x 6 est 126.

12. Faites tourner le  $\triangle OBC$  de  $180^\circ$  autour de l'origine O. Les coordonnées de B' (image de B) sont (-3, -3).

13. Matusalem a perdu 40% de son poids durant l'été. Son poids, au début de l'été, était  $(100 \div 60 \times 100)$   $166 \frac{2}{3}$  kg. Au kilogramme près, son poids était 167 kg.

14. Si  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{n} = \frac{53}{6}$ , alors  $\frac{1}{n} = \frac{53}{6} - \frac{5}{6} = 8$  et  $n = \frac{1}{8}$ .

15. La probabilité qu'elle choisisse le chandail jaune avec la jupe en laine est  $(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}) \frac{1}{8}$ .

16. Avec un chiffre, on peut former 1 ( $1^1$ ) nombre naturel, avec 2 chiffres on peut former 4 ( $2^2$ ) nombres naturels, et avec 3 chiffres on peut former  $3^3$  ou 27 nombres naturels de 3 chiffres.

17. Si  $P = 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5$ , la somme des chiffres de P (111 110) est 5.

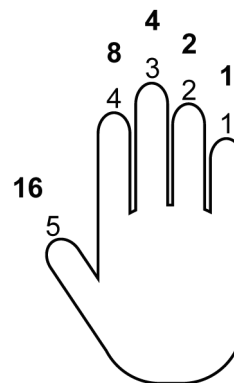
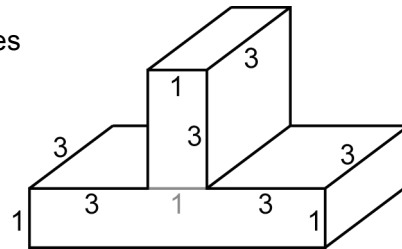
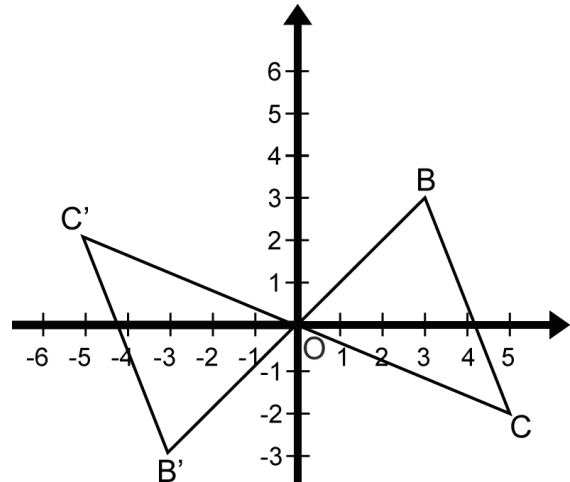
18. L'expression algébrique qui peut générer la suite des nombres qui donne un reste de 2 lorsqu'ils sont divisés par 4 (2, 6, 10, 14, ...) est  $4n + 2$ .

19. Le volume, en  $\text{cm}^3$ , du solide rectangulaire représenté est donné par la somme des volumes des deux prismes rectangulaires qui le constituent. Ce volume est  $(1 \times 3 \times 3 + 7 \times 3 \times 1)$   $30 \text{ cm}^3$ .

20. Si  $x = -2$ , la valeur de  $-3x + 2x^2 - 2x^3$  est  $(-3(-2) + 2(-2)^2 - 2(-2)^3 = 6 + 8 + 16)$  30.

21. Ben Binaire utilise le système binaire. Le doigt 1 représente la valeur de 1 ( $2^0$ ) quand il est allongé et zéro quand il est replié. Le doigt 2 représente la valeur de 2 ( $2^1$ ) quand il est allongé et zéro quand il est replié. Le doigt 3 allongé représente 4 ( $2^2$ ), le doigt 4 allongé représente 8 ( $2^3$ ) et le doigt 5 allongé représente 16 ou  $2^4$ . Quand les 5 doigts sont allongés, Ben représente donc le nombre  $(1 + 2 + 4 + 8 + 16)$  31. Pour représenter le nombre 7, il doit allonger les doigts 1-2-3. En passant, Ben Binaire peut représenter un total de 32 nombres naturels (les nombres de 0 à 31).

22. La valeur de A (voir figure ci-après) est 1 car si A valait 2 ou plus, le produit de la multiplication donnerait un nombre de 5 chiffres. La lettre B ne peut valoir 0, 2, 4, 6 ou 8 car le chiffre des unités de DEDB serait un zéro. B doit valoir 5 car c'est le seul chiffre impair qui produira un chiffre des unités de 5 dans le résultat DEDB. Après quelques calculs et déductions, on peut conclure que C doit valoir 3 et que D doit valoir 7.

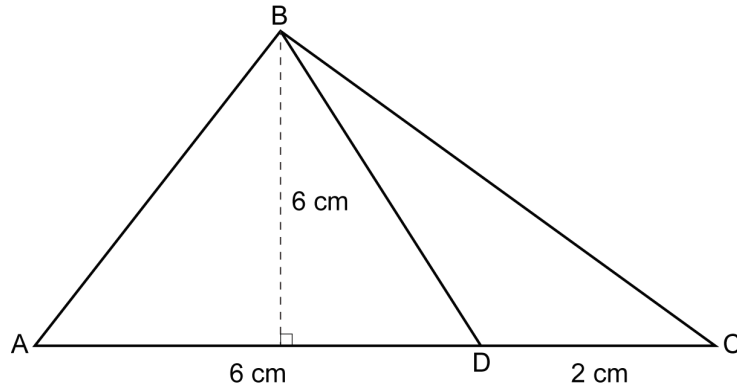


23. Les facteurs premiers de 210 sont  $\{2, 3, 5, 7\}$ . Le nombre dont le produit des 3 chiffres est égal à 210, doit être formé par les chiffres 6 ( $2 \times 3$ ), 5 et 7. Même s'il y a plusieurs nombres qui sont formés de ces 3 chiffres (567, 756, 657, ...), la somme des 3 chiffres est toujours ( $5 + 6 + 7$ ) 18.

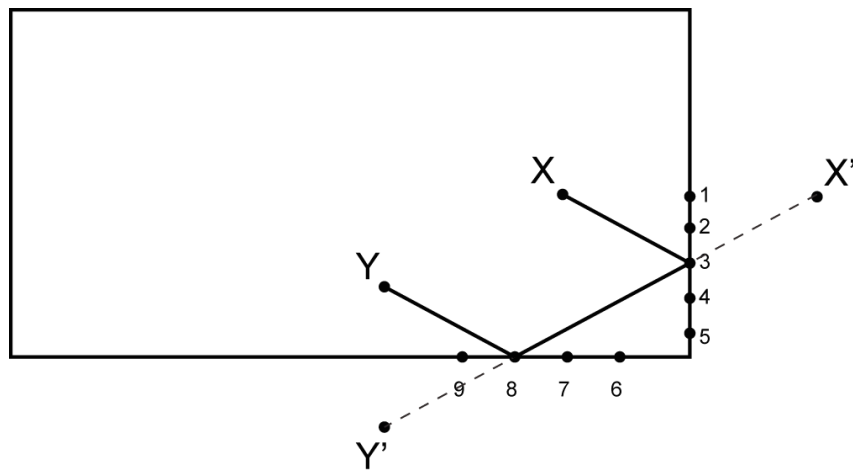
$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ B \\ \times \quad \quad \quad 5 \\ \hline D \ E \ D \ B \end{array}$$

24. Si  $P = p_1 \times p_2 \times p_3 \times p_4 \times \dots \times p_{50}$ , alors 10 ( $2 \times 5$ ) et 30 ( $2 \times 3 \times 5$ ) sont des facteurs de P.

25. La base AC du  $\Delta ABC$  est égale à  $(24 \text{ cm}^2 \times 2 \div 6 \text{ cm})$  8 cm. Puisque  $AD : DC = 3$ , on trouve que  $AD = 6 \text{ cm}$  et  $DC = 2 \text{ cm}$ . L'aire du  $\Delta BDC$  est égale à  $(2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \div 2)$   $6 \text{ cm}^2$ .



26. Le trajet le plus court entre le point X et le point Y est X-3-8-Y. C'est le trajet le plus court car le plus court chemin entre 2 points d'un plan est la droite. Expliquons! La figure nous montre le point X et son image, le point X' (si comme le mur était un miroir), et le point Y et son image, le point Y'. Le plus court chemin entre les points X' et Y' est sûrement X'Y' (la ligne droite entre X' et Y'). Notez que le trajet X-3-8-Y a la même longueur que le trajet virtuel X'-3-8-Y'. En effet, la distance X'-3 est égale à la distance X-3 car le mur est un axe de symétrie. On peut appliquer le même raisonnement aux distances 8-Y et 8-Y'. Mathilde devrait suivre le trajet X-3-8-Y si elle veut augmenter ses chances de gagner.



Comment trouveriez-vous le trajet le plus court entre X et Y (figure ci-après) si à partir de X les élèves doivent se rendre à un point du mur BC, puis à un point du mur CD et finalement, à un point du mur DA avant de se rendre au point Y?

