Mathematica Centrum
Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

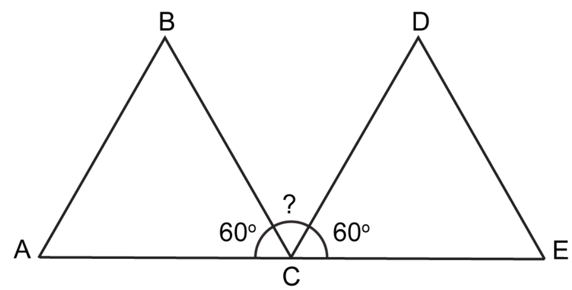
TEST PRÉPARATOIRE NEWTON 2017
SOLUTIONS COMPLÈTES

1. 5 = 2 + 3, 8 = 3 + 5, 9 = 2 + 7, 12 = 5 + 7 et 24 = 11 + 13. Ils peuvent tous être exprimés comme une somme de deux nombres premiers.

2. Le nombre 20 a 6 diviseurs (1, 2, 4, 5, 10, 20).
Le nombre 10 a 4 diviseurs (1, 2, 5, 10).

3. Aujourd'hui est un mercredi. Dans 85 jours ce sera (85 = 12 x 7 + 1) un jeudi.

4. ABC et CDE sont deux triangles équilatéraux.
A, C et E sont trois points du segment AE.
Angle ACB + angle BCD + angle DCE = 180º.
60º + angle BCD + 60º = 180º. L'angle BCD est égal à (180º - 120º) 60º.



5. Mathilde a imprimé 100 nombres entiers consécutifs. Si le plus grand de ces entiers est 40, alors le plus petit est -59. N'oubliez pas le 0. Il y a 40 entiers plus grand que 0 et (100 - 41) 59 entiers plus petits que 0.

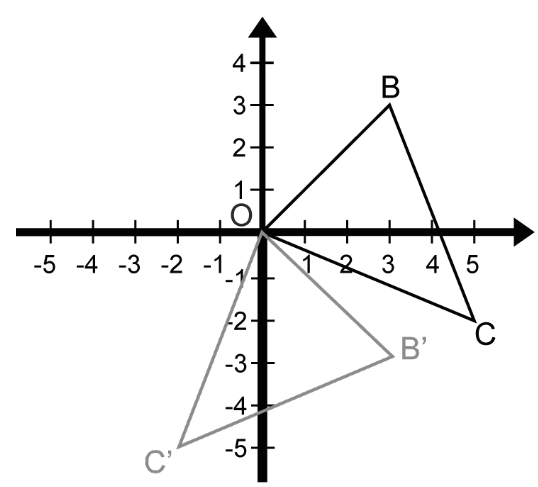
6. 120 = 2 x 2 x 2 x 3 x 5. Trois nombres premiers entre 1 et 10 (2, 3 et 5) sont des facteurs de 120.

7. Andréa a un cadre de 3 000 cm^2. Elle va le remplacer par un cadre de 4 000 cm^2. L'aire va augmenter de (1 000 cm^2 ÷ 3 000 cm^2 x 100) 33 1/3%.

8. La moyenne de 1/2 et 1/6 est ((1/2 + 1/6) ÷ 2) 1/3.
Si 1/n = 1/3, la valeur de n est 3 et celle de 4n est 12.

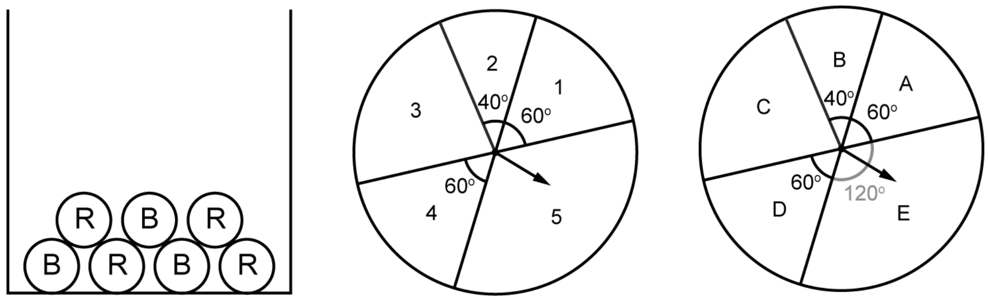
9. Faites tourner le ∆ OBC de 90º dans le sens horaire autour de l'origine O. Les coordonnées de B' (image de B) sont (3, -3).

10. Mathusalem a choisi trois nombres entiers différents de l'ensemble: {-4, -3, -1, 0, 3, 4}. Le plus petit produit possible des trois entiers choisis est (-4 x 3 x 4) -48.



11. 1 dm^2 = 1 dm x 1 dm = 10 cm x 10 cm = 100 cm^2 et 10 dm^2 = 10 x 100 cm^2 = 1 000 cm^2.

12. La probabilité qu'elle obtienne une balle rouge est 4/7, la probabilité qu'elle obtienne un nombre pair est (40º + 60º = 100º) 100º ÷ 360º ou 5/18 et la probabilité qu'elle obtienne une voyelle (A ou E) est 180º ÷ 360º ou 1/2. La probabilité qu'elle obtienne une balle rouge, un nombre pair et une voyelle est (4/7 x 5/18 x 1/2) 5/63.

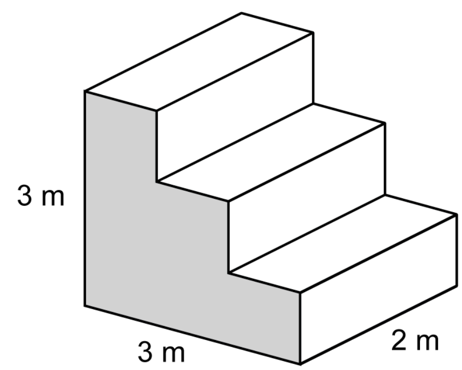


13. Si N et M sont deux entiers positifs et N^2 = 3M, alors 3M est un nombre carré et un multiple de 3. Les nombres 9, 36 et 81 sont les seuls nombres carrés plus petits que 100 qui sont des multiples de 3. Si N^2 = 9, N = 3 et M = 3 et N + M = 6. Si N^2 = 36, N = 6 et M = 12 et N + M = 18. Si N^2 = 81, N = 9 et M = 27 et N + M = 36. Seulement 6 et 18 peuvent représenter la somme de N + M.

14. Dans 20 ans, Mathusalem sera deux fois plus vieux qu'il y a 20 ans. Quarante ans vont s'écouler entre il y a 20 ans et dans 20 ans. Si Mathusalem sera deux fois plus vieux, cela veut dire qu'il avait 40 ans il y a 20 ans et qu'il aura 80 ans dans 20 ans. Il a maintenant 60 ans et il aura 70 ans dans 10 ans.

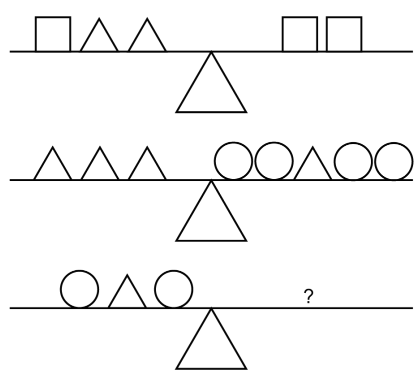
15. Il y a 8 équipes dans un tournoi. Chaque équipe devra affronter chacune des autres équipes 2 fois. Cela veut dire que chaque équipe jouera contre les 7 autres équipes deux fois. Chaque équipe jouera 7 x 2 parties. Les huit équipes joueront 8 x 7 x 2 parties. Puisque chaque partie est jouée par 2 équipes seulement (8 x 7 x 2 ÷ 2) 56 parties seront au programme du tournoi.

16. L'équation $10^6 \times 10^n = 1\,000^4$ peut être écrite sous la forme $10^6 \times 10^n = 1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 = 10^{12}$. La valeur de n est 6.

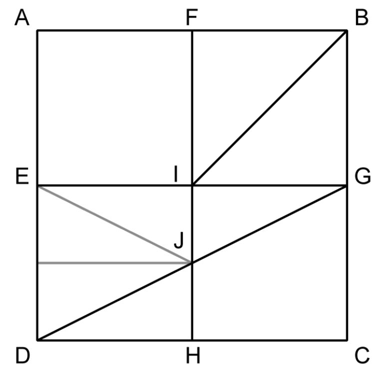


17. L'aire de la base du prisme est (3 m x 2 m) 6 m^2. L'aire de la partie supérieure du prisme (le haut des 3 marches) est aussi 6m^2. L'aire des deux côtés (la surface ombrée) est (2 x 6 m^2) 12 m^2. L'arrière du prisme est (3 m x 2 m) 6 m^2. Le devant du prisme (le devant des 3 marches) est aussi 6 m^2. L'aire totale de la surface du prisme est 36 m^2.

18. Du premier diagramme, nous pouvons voir qu'un carré pèse autant que deux triangles. Du deuxième diagramme, nous constatons qu'un triangle pèse autant que deux cercles. Un carré vaut donc quatre cercles. Il faudra 1 poids carré pour équilibrer les poids sur sur le côté gauche de la balance du troisième diagramme parce que le côté gauche du diagramme pèse autant que 4 cercles.



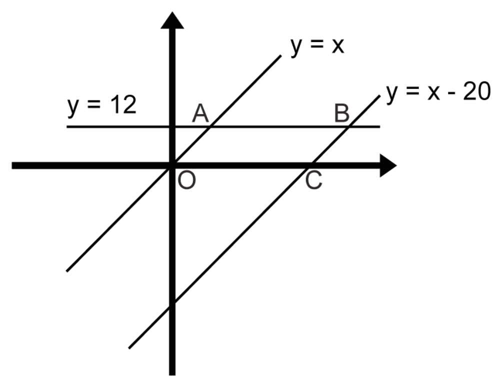
19. Le carré ABCD est composé de 4 petits carrés. L'aire du trapèze EIJD est égale à 3/4 de l'aire de l'un de ces petits carrés. L'aire du trapèze ABIE est égale à 1 1/2 fois l'aire de l'un de ces petits carrés. L'aire du trapèze EIJD est égale à (3/4 ÷ 1 1/2) une 1/2 de celle du trapèze ABIE?



20. Supposons que le prix de la chemise était 100. Le prix avec l'escompte était 80 et le prix avant le profit de 20% était (80 ÷ 1,2) 66 2/3. Son profit, s'il n'avait pas donné d'escompte aurait été (100 - 66 2/3) 33 1/3. Ceci représente un profit (33 1/3 ÷ 66 2/3 x 100) de 50%.

21. Il y a dans un sac entre 20 et 40 billes identiques. Quand je compte ces billes par groupe de 4, il m'en reste 3. Ceci nous suggère que le nombre de billes dans le sac peut être représenté par l'expression algébrique 4n + 3. Le nombre de billes pourrait être 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, … . Quand je les compte par groupe de 5, il m'en reste 2. Ceci nous suggère que le nombre de billes peut être représenté par l'expression algébrique 5n + 2. Le nombre de billes pourrait être 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, … . Il y avait 27 billes dans le sac.

22. Les coordonnées du point C sont (x , 0). La valeur de x, nous est fournie par l'équation 0 = x - 20. Nous trouvons x = 20. La longueur du segment de droite OC est 20. Les droites y = x et y = x - 20 sont parallèles (elles ont la même pente). Le polygone ABCO est un parallélogramme et OA = CB. Nous trouvons les coordonnées du point A en résolvant le système y = x et y = 12. Les coordonnées du point sont (12 , 12). Pour trouver OA, nous devons résoudre l'équation $OA^2 = 12^2 + 12^2$. Nous tirons $OA = 12\sqrt{2}$. Le périmètre du polygone ABCO est $(2 \times 20 + 2 \times 12\sqrt{2})$ $40 + 24\sqrt{2}$.

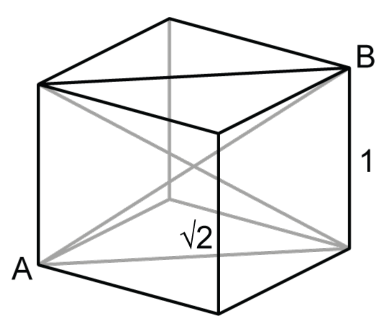


23. Il y a (5 x 4) 20 paires de nombres qui peuvent être formées quand ont choisis au hasard deux nombres des ensembles A et B. Il y a 3 sommes qui sont plus petites que 13: 3 + 8, 3 + 9 et 4 + 8. La probabilité que la somme des deux nombres choisis soit plus petite que 13 est 3/20.

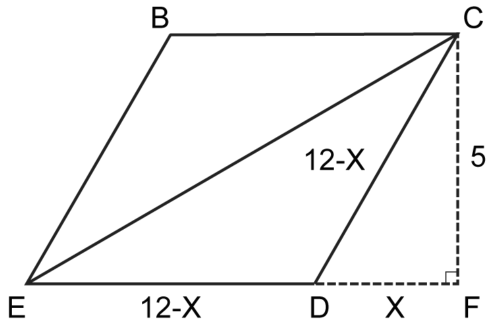
A = {3, 4, 5, 6, 7}

B = {8, 9, 10, 11}

24. La plus grande distance possible entre deux sommets d'un cube est la longueur de la ''diagonale'' AB du cube. Cette distance est égale à $\sqrt{3}$ u. Nous la trouvons en résolvant l'équation $AB^2 = (\sqrt{2})^2 + (1)^2$. Le cube a quatre de ces ''diagonales''. Ces diagonales se coupent en leur milieu en un point qui est le centre du cube.



25. Soit X la valeur du segment de droite DF. Alors ED = DC = 12 - X. Utilisant le théorème de Pythagore, nous pouvons dire que $(12 - X)^2 = X^2 + 5^2$. Cette équation peut être réécrite sous la forme $(12 - X)(12 - X) = X^2 + 25$. Le côté gauche de cette équation peut être développée (voir diagramme ci-après) et écrite sous la forme $144 - 12X - 12X + X^2$. Résolvant pour x, nous trouvons x = 119/24. La longueur la plus près d'un côté (12- X) du losange BCDE est (12 - 119/24) 7 cm.



$$(12-X)\,(12-X) = 144 - 12X - 12X + X^2$$