

# Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

## A. Vous aurez besoin:

1. Une **feuille de réponses vierge** avec le titre « Mathematica », identique (exceptée pour le titre) à celles qui sont utilisées par les élèves pour les Concours. Téléchargez cette feuille et faites-en autant de copies que vous le désirez, pour permettre à vos élèves de faire le test préparatoire et pour leur apprendre comment remplir correctement une feuille de réponses. (Rappelez-vous que ces copies ne pourront pas être utilisées lors des Concours. Vos élèves utiliseront les feuilles de réponses qui vous seront envoyées. Chaque élève inscrit à l'un des concours recevra une feuille de réponses correspondant à ce concours. La seule raison pour laquelle vous faites ces copies est pour apprendre à vos élèves comment remplir correctement une feuille de réponses informatisée).
2. Le **test préparatoire** (ce document), dont le but est de permettre à vos élèves de s'initier (s'ils le sont pas déjà) à la mécanique des tests objectifs. Téléchargez ce test et faites-en autant de copies que vous le désirez. (Rappelez-vous que le but de tout ceci est d'expliquer à vos élèves la fonction du test préparatoire. Le test préparatoire définit les types de problèmes qui forment le concours proprement dit.)
3. Le **corrigé**. Téléchargez le corrigé et faites-en autant de copies que vous désirez.

## B. Directives pour remplir correctement une feuille de réponses informatisée:

Tout codage doit se faire au moyen d'un **crayon à mine HB**. Ne pas utiliser un stylo-bille ou un stylo-feutre. Dans la case située dans le haut de la feuille, dites à vos élèves d'inscrire en **LETTRES MOULÉES** le nom de leur école au complet ainsi que leur ville et province. À droite de cette case, dites-leur d'indiquer leur date de naissance et de signer leur nom pour certifier que les réponses codées au bas de la page sont bien le fruit de leur travail.

Dans la case médiane située à gauche de la feuille, dites à vos élèves d'inscrire correctement leur nom de famille et leur prénom en **LETTRES MOULÉES** aux endroits appropriés. Ils doivent coder chaque lettre en noircissant complètement le cercle approprié situé directement sous la lettre. (Si votre nom de famille est Mathurin, vous codez en premier la lettre M en noircissant correctement le cercle contenant le M situé directement sous la lettre M de Mathurin, puis vous codez le A en noircissant correctement le cercle contenant le A situé directement sous la lettre A de Mathurin. Procédez de la même façon pour coder toutes les autres lettres de votre nom de famille et pour coder chaque lettre de votre prénom). Si le nom d'un élève est composé, par exemple Trudel -Saucier, ou encore si son prénom est composé, comme Jean-Pierre, dites-lui d'écrire tout simplement Trudel Saucier et Jean Pierre.

La case médiane, située à droite de la feuille, contient les directives importantes que devront suivre les élèves s'ils veulent coder correctement la feuille de réponses. La partie inférieure de cette case montre des exemples de codages incorrects qu'il ne faut pas imiter. Expliquez à vos élèves qu'il faut noircir **complètement** chaque cercle.

La case située au bas de la feuille de réponses contient les cercles qui permettront aux élèves d'enregistrer les réponses aux questions des concours. Rappelez-leur, encore une fois, de noircir complètement chacun des cercles.

## C. Problèmes:

Faites passer le test préparatoire à vos élèves, pour vous assurer que toutes les directives soient bien comprises et pour les préparer aux types de problèmes qui composent les concours. Il est important que vos élèves fassent les problèmes du test préparatoire qui s'adresse à eux :

**Newton** : tous les problèmes (exceptés les #21 et #30)

**Lagrange** : les problèmes #1 à #25 (excepté le #20)

**Euler** : les problèmes #1 à #19 plus #24, #26 et #30

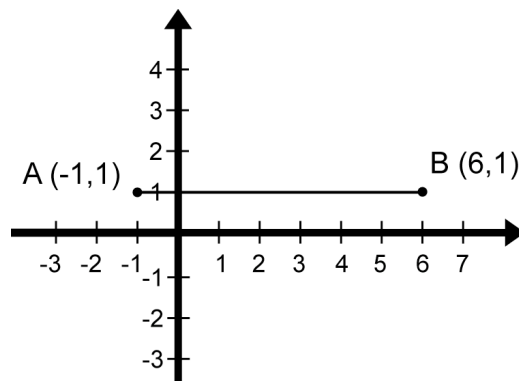
# Mathematica Centrum

Ensemble, formons les mathématiciens de l'avenir

## TEST PRÉPARATOIRE 2010

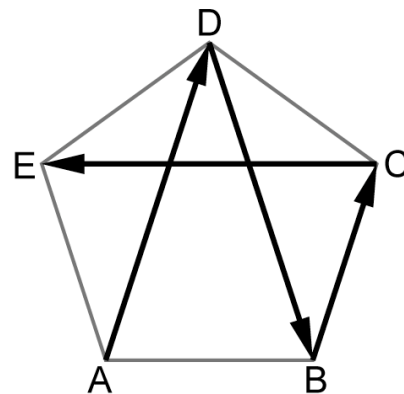
### EULER (7<sup>e</sup>) – LAGRANGE (8<sup>e</sup>) – NEWTON (9<sup>e</sup>)

- La valeur de  $-5 + (-7) - (3 - 5)$  est  
A) -10                      B) 10                      C) -14                      D) 8                      E) -12
- Quelle est la valeur de  $2 + 2^3 + \sqrt{16}$ ?  
A) 10                      B) 12                      C) 14                      D) 16                      E) 18
- $(5/8 + 1/2) \div (7/16 - 2/8) = ?$   
A)  $1/2$                       B) 8                      C) 4                      D) 6                      E)  $27/108$
- Le plus grand facteur premier de 310 est  
A) 2                      B) 31                      C) 5                      D) 7                      E) 11
- Si  $x\%$  de 25 est 30, alors  $x\%$  de 20 est  
A)  $x$                       B) 12                      C) 0,2                      D) 18                      E) 24
- Le produit de deux nombres naturels est 12. Leur plus grande somme possible est  
A) 10                      B) 11                      C) 12                      D) 14                      E) 13
- 1 L du liquide A contient 10% plus de calories que 1 L du liquide B. Combien de calories 1 L du liquide B contient-il, si 1 L du liquide A contient 660 calories?  
A) 600 calories                      B) 550 calories  
C) 726 calories                      D) 400 calories  
E) 500 calories
- Le segment AB est réfléchi par rapport à l'axe des x. Les coordonnées des images des points A et B après la réflexion sont, respectivement,  
A) (-1,-1) et (6,1)                      B) (-1,-1) et (6,-1)  
C) (-1,1) et (1,6)                      D) (1,-1) et (-6,1)  
E) (-1,1) et (6,-1)



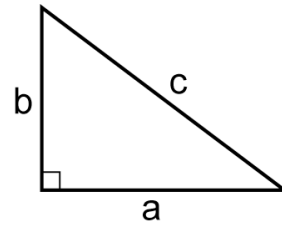
9. Utilisant les éléments de l'ensemble  $\{-4, -2, -1/2, 0, 1/4, 2/3\}$  comme valeurs de  $x$ , combien de ces valeurs vérifient l'inéquation  $x > x^2$  ?
- A) 6                      B) 3                      C) 2                      D) 4                      E) 5
10. Les âges de 5 personnes varient de 49 à 90 ans. Lequel des choix ci-dessous pourrait représenter la moyenne d'âge de ces 5 personnes?
- A) 84                      B) 54                      C) 57                      D) 79                      E) 82
11. Mathieu a écrit tous les nombres naturels de 1 à 100. Quel chiffre a-t-il utilisé exactement 11 fois?
- A) 5                      B) 6                      C) 4                      D) 1                      E) 0
12. La moyenne de  $5/6$  et  $8/12$  plus la moyenne de  $1/3$  et  $1/2$  est égale à
- A)  $4/3$                       B)  $7/6$                       C)  $7/12$                       D) 1                      E)  $3/2$
13. Quel est le plus petit nombre entier positif qui est divisible par 3, 4, 6 et 8?
- A) 30                      B) 48                      C) 24                      D) 12                      E) 36
14. Une balle perd les deux tiers de son énergie à chaque fois qu'elle frappe une surface. Après chaque bond, elle remonte au tiers de la hauteur de laquelle elle est tombée. Après combien de bonds remontera-t-elle à une hauteur de moins de 2 mètres, si la balle tombe initialement d'une hauteur de 144 mètres?
- A) 5                      B) 4                      C) 3                      D) 6                      E) 2

15. Cinq villes formant les sommets d'un pentagone sont reliées par un système routier tel qu'illustré dans le diagramme. Le système routier est fait d'autoroutes diagonales (comme AD) et d'autoroutes latérales (comme BC). Commencant en A, un vendeur veut aller visiter toutes les autres villes (B, C et D) seulement une fois avant de se rendre en E. Le vendeur doit toujours se déplacer en ligne droite quand il se déplace d'une ville à l'autre. Le diagramme montre l'un des trajets (en caractère gras) que le vendeur peut emprunter pour aller de A à E (ADBCE). En tout, de combien de façons différentes peut-il se déplacer de A à E?



- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 10
16. Le résultat de  $(4 - 3) + (5 - 4) + (6 - 5) + \dots + (103 - 102)$  est
- A) 100                      B) 101                      C) 99                      D) 98                      E) 102
17. Combien de '0' sont utilisés lorsque  $10^{20} + 999$  est écrit sous la forme d'un nombre naturel?
- A) 17                      B) 18                      C) 16                      D) 19                      E) 20

18. Le théorème de Pythagore stipule que, dans un triangle rectangle, si  $c$  représente la longueur de l'hypoténuse et  $a$  et  $b$  représentent les longueurs des deux autres côtés, alors  $a^2 + b^2 = c^2$ . Si  $a = 6$  et  $b = 8$ , alors  $c^2 = 6^2 + 8^2 = 100$  et  $c = \sqrt{100} = 10$ . Que vaut le côté  $c$  si  $b = 1$  et  $a = 1$ ?

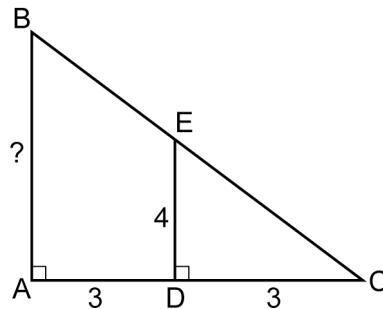


- A) 2                      B) 1,5                      C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $\sqrt{2}$                       E) 0,41

19. La hauteur d'un rectangle est 3 cm et sa base est 5 cm. Quelle est l'aire du nouveau rectangle lorsque la hauteur est doublée et la base est triplée?

- A)  $15 \text{ cm}^2$                       B)  $65 \text{ cm}^2$                       C)  $60 \text{ cm}^2$   
 D)  $90 \text{ cm}^2$                       E) 42 cm

20. Deux triangles rectangles ABC et DEC sont représentés dans la figure de droite. Si  $AD = 3$ ,  $DC = 3$  et  $DE = 4$ , quelle est la longueur du segment AB?



- A) 6                      B) 10  
 C) 5                      D) 6,5  
 E) 8

21. Un sac contient  $x$  billes rouges et  $y$  billes vertes. Si une seule bille est tirée au hasard, quelle est la probabilité que la bille choisie soit verte?

- A)  $x : (x + y)$                       B)  $y : (x + y)$                       C)  $xy : (x + y)$                       D)  $(x + y) : y$                       E)  $(x + y) : x$

22. Si  $3x + 2 = 2x - 2$ , quelle est la valeur de  $2x + 5$ ?

- A) 3                      B) 1                      C) -2                      D) -1                      E) -3

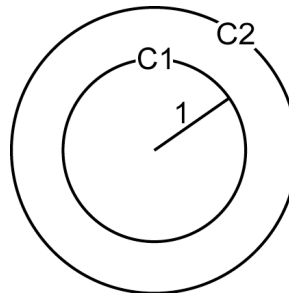
23. Deux entiers positifs sont dans un rapport 5 : 3. Si leur différence est 12, quelle est leur somme?

- A) 18                      B) 30                      C) 48                      D) 40                      E) 50

24. Quand les chiffres 1, 2, 3 et 4 sont tous utilisés pour former des nombres naturels de 4 chiffres, 24 nombres différents peuvent être formés. Si tous ces nombres sont écrits en ordre décroissant (du plus grand au plus petit), quel nombre sera le 6<sup>e</sup> nombre de la liste?

- A) 3 241                      B) 3 421                      C) 4 132                      D) 4 123                      E) 4 312

25. Deux cercles ( $C_1$  et  $C_2$ ) sont concentriques. L'aire du grand cercle est le triple de celle du petit. Quelle est la différence de longueur entre les rayons des deux cercles, sachant que la longueur du petit rayon est 1?



- A) 2                      B)  $\sqrt{2}$                       C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $\sqrt{3} - 1$                       E)  $\sqrt{2} - 1$

26. Soit  $m$  un nombre naturel. Si nous savons que  $m^2$  a 10 facteurs premiers, combien de facteurs premiers a le nombre  $m$ ?

- A) 5                      B) 4                      C) 10                      D) 6                      E) 20

27. Il y a deux nombres sur la droite numérique qui sont 2 fois plus loin de 2 que de -1. Si le nombre 0 est l'un d'eux, quel est l'autre?

- A)  $1/2$                       B)  $-3/4$                       C) -4                      D) -3                      E) 6

28. Quel est le produit de  $(x + 2)(x + 2)$ ?

- A)  $x^2 + 4x + 4$                       B)  $x^2 + 2$                       C)  $x^2 + x + 4$                       D)  $x^2 + 2x + 4$                       E)  $x^2 + 4$

29. Un triangle isocèle a une base de 6 cm et une aire de  $12 \text{ cm}^2$ . Quel est son périmètre?

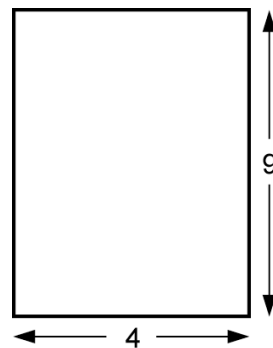
- A) 18 cm                      B) 15 cm                      C) 13 cm                      D) 12 cm                      E) 16 cm

30. Saviez-vous que l'on peut trouver le nombre de diviseurs d'un nombre naturel quelconque sans connaître chacun de ses diviseurs? Comment? Il faut avant tout factoriser le nombre naturel. Tout nombre naturel  $n$  peut être factorisé sous la forme  $n = p_1^{E_1} \times p_2^{E_2} \times p_3^{E_3} \dots \times p_n^{E_n}$ . Dans cette factorisation, les symboles  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  représentent les différents facteurs premiers de la factorisation, tandis que  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ , les exposants respectifs des divers facteurs premiers. La factorisation de 24 est  $2^3 \times 3^1$ , celle de 36 est  $2^2 \times 3^2$ . Les exposants des facteurs premiers d'un nombre nous permettent de trouver le nombre de ses diviseurs en remplaçant tout simplement les valeurs de  $E_1, E_2, \dots, E_n$  correspondant à ce nombre dans l'expression:  $(E_1 + 1) \times (E_2 + 1) \times (E_3 + 1) \dots \times (E_n + 1)$ . Le nombre de diviseurs de 24 est donné par le produit  $(3 + 1)(1 + 1)$ , soit 8. Les 8 diviseurs de 24 sont bien 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24. Le nombre de diviseurs de 36 est donné par le produit  $(2 + 1)(2 + 1)$ , soit 9. Les 9 diviseurs de 36 sont bien 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36. Nous pouvons trouver le nombre de diviseurs de n'importe quel nombre sans connaître individuellement ses diviseurs. Quel est le nombre de diviseurs de 300?

- A) 9                      B) 18                      C) 12  
D) 14                      E) 4

31. Le volume d'un cylindre droit est donné par la formule  $V = \pi r^2 h$ , celui d'une sphère par la formule  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ . Quel est le rayon de la sphère dont le volume est égal à celui du cylindre droit dont la vue d'élévation (vue de face) est représentée dans le diagramme ci-contre?

- A)  $\pi$                       B) 2                      C) 3  
D)  $3\pi$                       E)  $\sqrt{\pi}$



32. Si  $x/3 = y/4$ , quelle est la valeur de  $(8x + 6y) : 2y$ ?

- A) 4                      B) 6                      C) 5                      D) 3                      E) 7